实验十五、旋转液体特性研究

实验设想的由来：

早在力学创建之初,就有牛顿的水桶实验,牛顿发现,当水桶中的水旋转时,水会沿着桶壁上升。直至现今，在德国、美国等大学的一些研究性物理实验中,对旋转液体抛物面形状的研究是一个广泛而重要的课题之一,是集流体力学、几何光学、物理光学等多方面知识而不可多得的实验题材。

实验特点：

旋转液体现象以其直观性、生动性激发学生实验兴趣,是一个既古老又现代的实验,本实验仪应用现代激光技术测量旋转液体的液面形状，不仅可测量重力加速度,还可深入研究液面凹面镜与转速的关系,测量凹面镜的光学参数。仪器配备了半导体激光器、霍尔传感器结合单片机测量转动周期等现代工业测试技术。展现了现代实验教学的广阔视野，是第32届国际物理奥林匹克竞赛的比赛试题。

[实验目的]

- 1.用旋转液体最高处与最低处高度差测量重力加速度。
- 2.激光束平行转轴入射测斜率法求重力加速度。
- 3.研究和测量旋转液面的光学特性。
- 4.研究和测量转速和液面形状及液面光学特性的关系。

［仪器介绍］

〔实验原理]

1. 匀速旋转液体的上表面形状以及特点

如图 1 所示，图 1 为旋转液体的轴截面图，液体跟随一个半径为R、绕其中心轴O y旋转的圆桶一起，以角速度ω旋转，考虑位于液面上的一个质元，当其处于平衡时，有

$$\begin{aligned} N\cos\theta &= mg \\ N\sin\theta &= mx\omega^2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \tan\theta = \frac{\omega^2}{g}x$$

在曲面上该点的切线斜率由高数得到：

$$\frac{dy}{dx} = \tan\theta$$

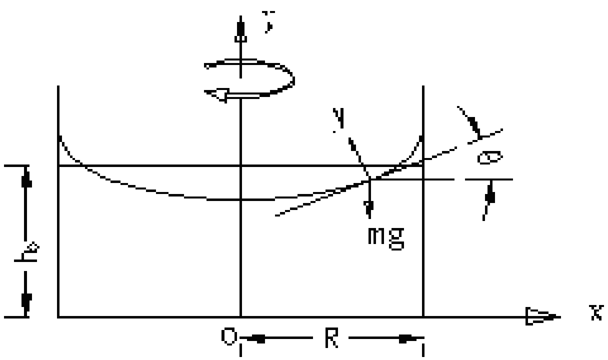

图1

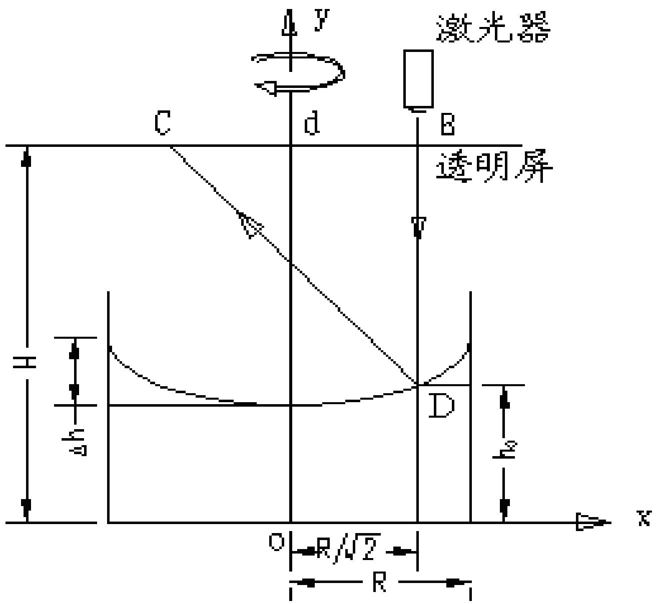

图2

由上两式得: $$y=\frac{\omega^2x^2}{2g}+y_0$$ （1） y_0为x=0处的值，由此判定为抛物面

设在$x=x_0$处液面的高度y不随ω的改变而改变，液体在未旋转时液面高度为h_0则点(x_0，h_0)在(1)所示的抛物线上。所以

$$h_0=\frac{\omega^2x_0^2}{2g}+y_0 \qquad (2)$$

因液体的体积不随角速度而变化，所以

$$\pi R^2h_0=\int_0^R y(2\pi x)dx=\int_0^R 2\pi(y_0+\frac{\omega^2x^2}{2g})xdx$$

即： $$y_0=h_0-\frac{\omega^2R^2}{4g} \qquad (3)$$

由2　3得到 $$x_0=\frac{R}{\sqrt{2}}$$

2．用旋转液体测量重力加速度g

（1）用旋转液体最高处与最低处的高度差测重力加速度

（(1）用旋转液体最高处与最低处的高度差测重力加速度

（如图 2 所示，设液面最高处与最低处的高度差为 ，则点（R， ）在（

(1）所示的抛物线上，代入（1）得: Δh (4) $y_0 + \Delta h$

即

、 D、T测出，代入（4）式求

$$y_0 + \Delta h = \frac{\omega^2 R^2}{2g} + y_0$$

将

$$g = \frac{\omega^2 R^2}{2\Delta h} = \frac{\pi^2 D^2}{2T^2 \Delta h}$$

（2）激光束平行转轴入射测斜率法求重力加速度

如图 2 所示，BC为透明屏幕，激光束竖直向下打在 $x = \frac{R}{\sqrt{2}}$ 的液面的D点，反射光点为C，D处切线与X方向的夹角为θ，则∠BDC=2θ，实验中测出透明屏幕至圆桶底部的距离H、液面静止时高度h_0以及两光点B、C距离d，则

$$\tan 2\theta = \frac{d}{H - h_0} \qquad (5)$$

又：$\tan\theta=\frac{dy}{dx}=\frac{\omega^2 x}{g}$ ，所以在 $x=\frac{R}{\sqrt{2}}$ 处，

$$\tan\theta=\frac{\omega^2 R}{\sqrt{2}g}=\frac{2\sqrt{2}\pi^2 R}{gT^2} \quad (6)$$

由（5）式可得θ的值，代入（6）式就可求得g，多次测量得到

多组 $\tan\theta-1/T^2$ 的数据，作图得一直线，其斜率为k，则

$$\boxed{g=\frac{2\sqrt{2}\pi^2 R}{k}=\frac{\sqrt{2}\pi^2 D}{k}} \quad (7)$$

式中D为圆桶内径，可直接测量得到。